

Stability Analysis of the SSPS with Multi-Bus and Multi-Tether*

Kosei ISHIMURA (ISAS/JAXA), Kei SENDA (Kanazawa University)
Susumu SASAKI (ISAS/JAXA), Ken HIGUCHI (ISAS/JAXA)

Postal address: The Institute of Space and Astronautical Science
3-1-1 Yoshinodai, Sagamihara, Kanagawa 229-8510, JAPAN

Abstract

In this paper, the stability of configuration is analyzed for a Space Solar Power System (SSPS) proposed by USEF/ISAS. The SSPS consists of multi-bus, multi-tether and large flat panel for power generation and transmission. The SSPS is an earth-oriented one. Therefore, gravity gradient torque can be utilized for the stabilization of attitude. Furthermore, gravity gradient force is also utilized to stabilize the panel configuration (flatness). The stability of the system at the equilibrium state depends on whether the total potential energy takes minimum value at the state or not.

At first, gravitational and centrifugal potential energies as well as structural strain energy are calculated as potential energy. The panel structure is described by Rigid Body Spring Model (RBSM). Tethers are modeled by mass-less nonlinear springs of which stiffness becomes zero against compressive force. The strain energy can be described by the sum of potential energy of these springs. Equilibrium states are searched by Newton-Raphson method. To investigate stability of the equilibrium state, eigen-values of second derivatives of the potential energy are used. If all eigen-values are positive, the equilibrium state is stable. We carried out the analysis for two types of SPSS.

As a result, it is shown that there is an equilibrium state in the neighborhood of no-strain state for one type of SPSS. The equilibrium state is stable because all eigen-values of second derivatives are positive at the state. However the natural frequency of the SSPS is too low so that the coupling among structural vibration, attitude motion and orbital motion should be considered for more precise discussion.

Presented at the 11th SPS Symposium, 17-18 September, 2008.

マルチバステザー型 SSPS の安定性解析*

○ 石村康生 (JAXA 宇宙科学研究本部), 泉田啓 (金沢大学)
 佐々木進 (JAXA 宇宙科学研究本部), 樋口健 (JAXA 宇宙科学研究本部)

〒229-8510 相模原市由野台3-1-1
 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部
 宇宙構造・材料工学研究系

1. はじめに

現在, USEF/ISAS より重力傾斜力を利用したマルチバステザー型 SSPS が提案されている(図1)[1]. 本システムは地球指向であり, 重力傾斜力を姿勢のみならず, 構造形状の維持に関しても利用している点に特徴がある. しかしながら, 軌道座標系(軌道角速度で回転)からみた本システムの構造および姿勢の安定性については, 十分な議論が未だなされていない. このような重力傾斜力を構造形状の維持に利用している地球指向の多体システムについては, 構造のみならず, 重力, 遠心力の効果も考慮して, その安定性を評価する必要がある[2]. そこで本研究では, 構造の歪みエネルギーに加えて, 重力, 遠心力のポテンシャルエネルギーを用いて, マルチバステザー型 SSPS の平衡点の存在の有無及びその安定性を評価する.

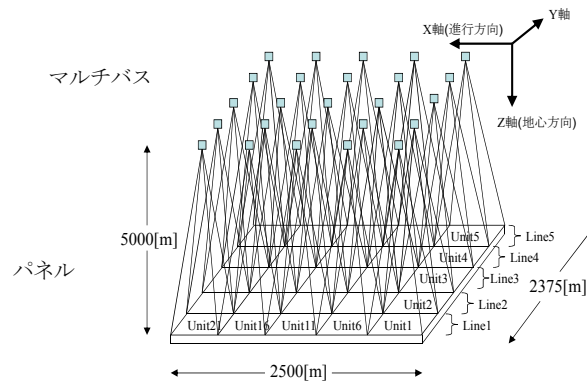


図1 マルチバステザー方式の宇宙太陽発電システム

解析の対象とする SSPS モデルの諸元を表1に示す. ここでは, モデルA とモデルB を扱う. モデルA は, 各バスの質量が均等である. これに対して, モデルB は図1のライン毎にバスの質量を変化させている. この質量分布は, 事前の検討において, テザーを質量なしの剛棒と仮定した場合に, 釣り合い点でパネル面がフラットとなる様に設計されたものである.

表1 解析対象の SSPS モデル 諸元

共通パラメータ	
軌道角速度	$\Omega \approx 7.2722e-5$ [rad/s] (静止軌道)
パネル	1e-4[m]厚さアルミ表皮を有するサンドイッチ構造 全体: 2.5e3 [m]×2.375e3 [m]×0.02 [m], 2.5e7[kg] Unit: 500 [m]×475 [m]×0.02 [m], 1e6 [kg]
テザー	直径: $2r_{th} = 4.0e-3$ [m] ヤング率: $E_{th} = 7.05e10$ [Pa] 鉛直長さ(無歪み状態): 5e3[m]
モデル A	
モデル B	
マルチバス 質量	共通 5.6e4 [kg] 各ラインで異なり, $m_b(1) = m_b(5) = 2.326e4$, $m_b(1) = m_b(5) = 2.326e4$, $m_b(1) = 9.087e4$ [kg]

*第11回 SPS シンポジウム, 慶応大学にて 2008年9月17,18開催

2. 各種エネルギーの定式化（ポテンシャルエネルギー，運動エネルギー）

2-1 仮定及び文字の定義

本論文では，円軌道の地球指向の宇宙機システムを扱い，システムの全質量中心に固定した軌道座標系（軌道角速度で回転）に対するシステムの安定性を論じる．また，軌道半径に対して衛星のサイズは微小と仮定し，高次の微小量を見捨てる．また，構造は，RBSM(Rigid Body Spring Model)[3,4]に基づき，剛性に相当するバネで結合された多体剛体系でモデル化する．以下にここで用いる文字を定義し，図2に座標系の関係を示す．

\mathbf{R} : 地心から全質量中心までのベクトル ($= R\hat{\mathbf{R}}, |\hat{\mathbf{R}}|=1$)

\mathbf{d}_{Bi} : システムの全質量中心から各剛体要素(質点) i の質量中心までのベクトル

$[\mathbf{d}_{Bi}]^O = \begin{bmatrix} d_{Bi_x}^O & d_{Bi_y}^O & d_{Bi_z}^O \end{bmatrix}^T$: \mathbf{d}_{Bi} を軌道座標系で記述した成分

${}^O\mathbf{C}^{Bi} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix}$: 軌道座標系から各剛体要素の物体座標系への回転行列

${}^O\boldsymbol{\omega}^{Bi}$: 軌道座標系に対する各剛体要素 i の物体座標系の角速度ベクトルを物体座標系で記述した成分

$[\mathbf{I}_{Bi}]^{Bi} = \begin{bmatrix} I_{xx}^{Bi} & & \mathbf{0} \\ & I_{yy}^{Bi} & \\ \mathbf{0} & & I_{zz}^{Bi} \end{bmatrix}$: 各剛体要素 i の各質量中心まわりの慣性テンソルの成分

M_{Bi} : 各剛体要素 i の質量

$\Omega (= \sqrt{\mu/R^3})$: 軌道角速度

$\mu (\approx 3.986e14 [m^3/s^2])$: 地心重力定数

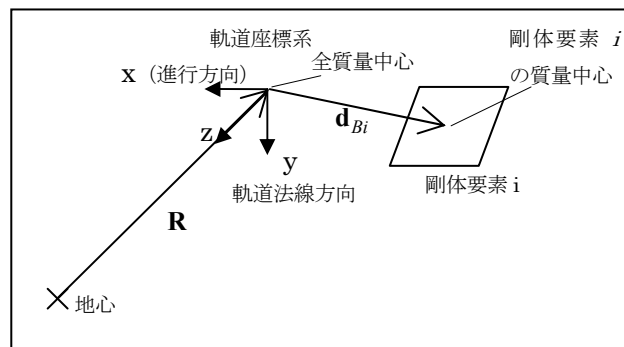


図2 軌道座標系

2-2 重力及び遠心力による剛体のポテンシャルエネルギー及び運動エネルギー

2-1の仮定より，軌道座標系からみた各剛体要素 i に対する重力及び遠心力によるポテンシャルエネルギーは，以下のように表せる．

重力ポテンシャルエネルギー

$$U_{g_Bi} = -\frac{\mu}{R} \left[M_{Bi} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{R^2} \left((d_{Bi_x}^O)^2 + (d_{Bi_y}^O)^2 - 2(d_{Bi_z}^O)^2 \right) + \frac{d_{Bi_z}^O}{R} \right\} + \frac{1}{2R^2} \text{tr}(\mathbf{I}) - \frac{3}{2} \frac{1}{R^2} (C_{zx}^2 I_{xx}^{Bi} + C_{zy}^2 I_{yy}^{Bi} + C_{zz}^2 I_{zz}^{Bi}) \right] \quad (1)$$

遠心力ポテンシャルエネルギー

$$U_{c_Bi} = -\frac{1}{2}\Omega^2 \left[M_{Bi} \left\{ R^2 + (d_{Bi_x}^O)^2 + (d_{Bi_z}^O)^2 - 2Rd_{Bi_z}^O \right\} + C_{yx}^2 I_{xx}^{Bi} + C_{yy}^2 I_{yy}^{Bi} + C_{yz}^2 I_{zz}^{Bi} \right] \quad (2)$$

2-3 構造の歪みエネルギー

構造の歪みエネルギーは、RBSM から導出された剛性に相当するバネの歪みエネルギーとして算出する。パネルの場合は、境界に固定された3つの並進バネと3つの回転バネの歪みエネルギーであり、テザーの場合は、軸方向の非線形バネの歪みエネルギーによる近似となる。それぞれの歪みエネルギーを以下に示す。

パネルの並進変形の歪みエネルギー

$$U_{trans_i} = \frac{1}{2} \left(K_{n_i} \delta_{n_i}^2 + K_{s_i} \delta_{s_i}^2 + K_{z_i} \delta_{z_i}^2 \right) \quad (3)$$

パネルの回転変形の歪みエネルギー

$$U_{rot_i} = \frac{1}{2} \left(K_{\theta_{n_i}} \delta_{\theta_{n_i}}^2 + K_{\theta_{s_i}} \delta_{\theta_{s_i}}^2 + K_{\theta_{z_i}} \delta_{\theta_{z_i}}^2 \right) \quad (4)$$

テザーの歪みエネルギー

$$U_{th_Bi} = \frac{1}{2} K_{th_i} (l_i - l_{i_n})^2 \quad (5)$$

$$\text{ここで, } K_{th_i} = \begin{cases} \frac{E_i A_i}{l_{i_n}} & \text{for } l_i > l_{i_n} \\ 0 & \text{for } l_i \leq l_{i_n} \end{cases}$$

式(1,2)中の n, s, z は、図3に示す境界における軸の向きを表している。

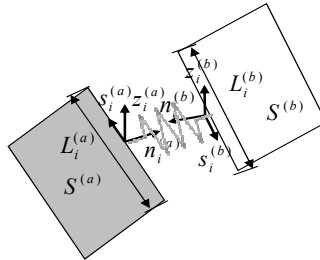


図3 RBSMの座標系定義

$\delta_{n_i}, \delta_{s_i}, \delta_{z_i}, \delta_{\theta_{n_i}}, \delta_{\theta_{s_i}}, \delta_{\theta_{z_i}}$ は、それぞれ境界における相対変位と相対角度であり、 K_* は各バネ要素のバネ定数[3,4]、 l_i, l_{i_n} はテザー長、テザーの自然長、 E_i, A_i はテザーのヤング率、断面積である。

運動エネルギー

各剛体要素の運動エネルギーは、以下のように表せる。

$$T_{Bi} = \frac{1}{2} M_{Bi} [\dot{\mathbf{d}}_{Bi}]^{O^T} [\mathbf{d}_{Bi}]^O + \frac{1}{2} [{}^O \boldsymbol{\omega}^{Bi}]^T [\mathbf{I}_{Bi}]^{Bi} [{}^O \boldsymbol{\omega}^{Bi}] \quad (6)$$

3. 解析手順

3-1 安定性の解析手順

前章で求めたポテンシャルエネルギーを用いて、柔軟な多体システムの安定性を解析する手順を以下に述べる。全質量中心は固定であるという拘束条件を満たすように各剛体要素の位置・姿勢に関する独立変数 \mathbf{x} を定める。

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \quad (7)$$

式(1)～(5)で定義されたポテンシャルエネルギーの総和を U_{total} とする.

一階、二階微分

全ポテンシャルエネルギーの一階微分、二階微分を解析的に導出し、

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial U_{total}}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial U_{total}}{\partial x_n} \right]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_n} \right] \quad (9)$$

とおく. ここでは、高次の微小量を無視する.

安定性解析

i) 平衡点の導出

Newton-Raphson 法によって、以下の計算を $\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_k)\|$ が許容誤差より小さくなるまで繰り返し、平衡点 \mathbf{x}^* を導出する.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_k)\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \quad (10)$$

ii) 安定性の評価

$\mathbf{J}(\mathbf{x}^*)$ の固有値を導出し、全ての固有値が正ならば、平衡点はポテンシャルの極小点であり、安定である.

3-2 固有振動数の導出手順

平衡点近傍での固有振動数を自由振動の運動方程式から導出する. 式(6)の運動エネルギーの総和を T_{total} とすると、この2階微分から質量行列が導出される.

$$M_{mtrx_ij} = \frac{\partial^2 T_{total}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (i,j \text{ 成分}) \quad (11)$$

コリオリ力の効果は無視すると、平衡点での全ポテンシャルエネルギーの二階微分(\mathbf{J})が剛性行列に相当する. よって、自由振動の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (12)$$

となり、この一般固有値問題を解くことで、平衡点近傍での固有ベクトル及び固有角振動数が導出できる.

4. 解析結果

SSPS のモデル A,B についてモデルに対して平衡状態を導出した. モデル A については、平衡状態が存在したが(図 4)、モデル B については、平衡点が見つからなかった. モデル B はテザーの弾性を考慮せずに設計されたモデルであり、テザーの弾性(弛み)が存在する場合には、平衡点がないものと考えられる. モデル A については、 \mathbf{J} の固有値は全て正であり、システムは、この平衡点周りで安定であるといえる.

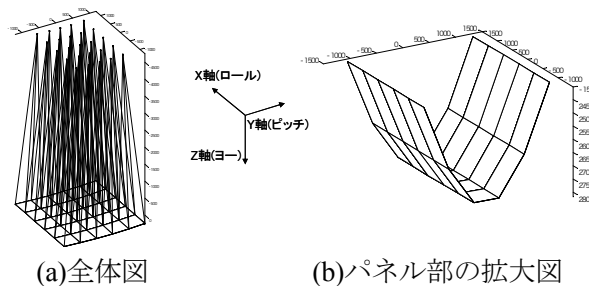


図 4 平衡状態 (モデル A)

次に、モデル A について、この平衡点近傍での固有角振動数及びモード形状を導出した(図 5)。ここで、固有角振動数は軌道角速度に対する比で表してある。構造形状の維持に関して、重力傾斜力を利用した本システムでは、固有角振動数が軌道角速度と同程度になってしまうことが多く、軌道運動と構造振動の連成の回避など検討すべき課題は残る。

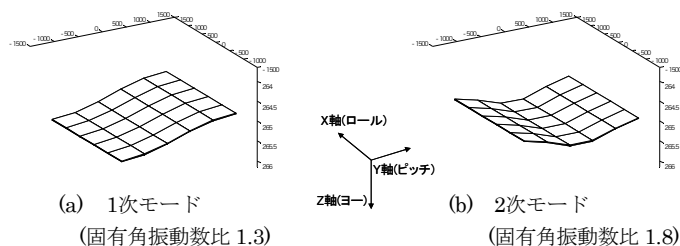


図 5 固有角振動数及びモード形状

6. 結論

USEF/ISAS で、提案されているマルチバスター型 SSPS について、重力、遠心力の効果を考慮した安定性評価の方法を用い、その安定性の解析を行った。解析結果より、安定な平衡点の存在が確かめられたが、パネルの固有振動数が低いため、軌道運動や姿勢運動との連成が懸念されることが判明した。

参考文献

- [1] S. Sasaki, K. Tanaka, K. Higuchi, N. Okuizumi, S. Kawasaki, M. Shinohara, and K. Ishimura, "Engineering Research for New Tethered Solar Power Satellite," 25th International Symposium on Space Technology and Science, Kanazawa, Japan, June, 2006, 2006-f-11.
- [2] Kosei Ishimura, M.C. Natori, Mitsuo Wada, "Integrated Stability Analysis of Large Space Structures Based on Potential Energy Consideration," 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Norfolk, USA, Apr. 2003
- [3] Narusawa, Y., Aoki, T., Nakasuka, S., Motohashi, S., Nagashima, R., Kawakatsu, Y. and Kinoshida, T., "Behavior of Membrane Structures under Micro Gravity Environment," Proc. 21 Int'l Symp. Space Tech. And Science (ISTS), ISTS-98-b-16, 1998.
- [4] Kawai, T., "Some Considerations on the Finite Element Method," Int'l J. Numerical Methods in Eng., Vol.16, 1980, pp.81-120.